

# Rachunek Zdani

$$(P \wedge (q \vee (r \rightarrow P))) \leftrightarrow (q \wedge r)$$

1. Język : • zmienne zdaniowe

$P_0, P_1, P_2, P_3, \dots$

• symbole stałe :  $\top, \perp$

• spójniki logiczne :  $\neg, \vee, \wedge, \rightarrow, \leftrightarrow$

• nawiasy :  $(, )$

# DEF. ZDAŃ RZ

$\alpha, \beta, \gamma, \delta, \dots, \varphi, \psi, \xi, \zeta, \eta$

- 1)  $\circ$  zmienne ~~zdań~~owe są ~~zdań~~iami RZ
- 2)  $\circ$  symbole  $\neg, \perp$  też są ~~zdań~~iami
- 3)  $\circ$  Jeśli  $\varphi, \psi$  są ~~zdań~~iami, to  
 $\neg \varphi, (\varphi \vee \psi), (\varphi \wedge \psi), (\varphi \rightarrow \psi), (\varphi \leftrightarrow \psi)$   
też są ~~zdań~~iami RZ

*niepuczyć się alf. gr'*

(P)

$P, Q, T, \wedge$  *syntaktyka*

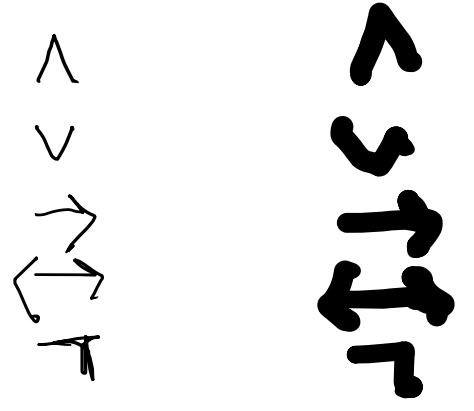
4) tylko (1) (2) (3)  
skoni całe razy

$(P \vee \neg P), (P \rightarrow T), (P \wedge P), \exists Q,$   
 $((P \wedge \neg P) \vee (P \vee \neg P))$

# ~~STALE~~ STALE WART. LOGICZNE

- 1 - prawdziwe, true
- 0 - fałszywe, false

## FUNKTORY LOGICZNE



P	q	$p \wedge q$	$p \vee q$	$\neg p$	$p \rightarrow q$	$p \leftrightarrow q$
1	1	1	1	0	1	1
1	0	0	1	0	0	0
0	1	0	1	1	1	0
0	0	0	0	1	1	1

Dygresja :

$$\boxed{x \cdot x + 3 \cdot x + 1} / x \rightarrow 2 \Rightarrow 4 + 6 + 1 = 11$$

waga  
wartości

waga :  $\pi \leftarrow$  podst. za zmienne zdane,  
wartości ~~0~~ lub ~~1~~

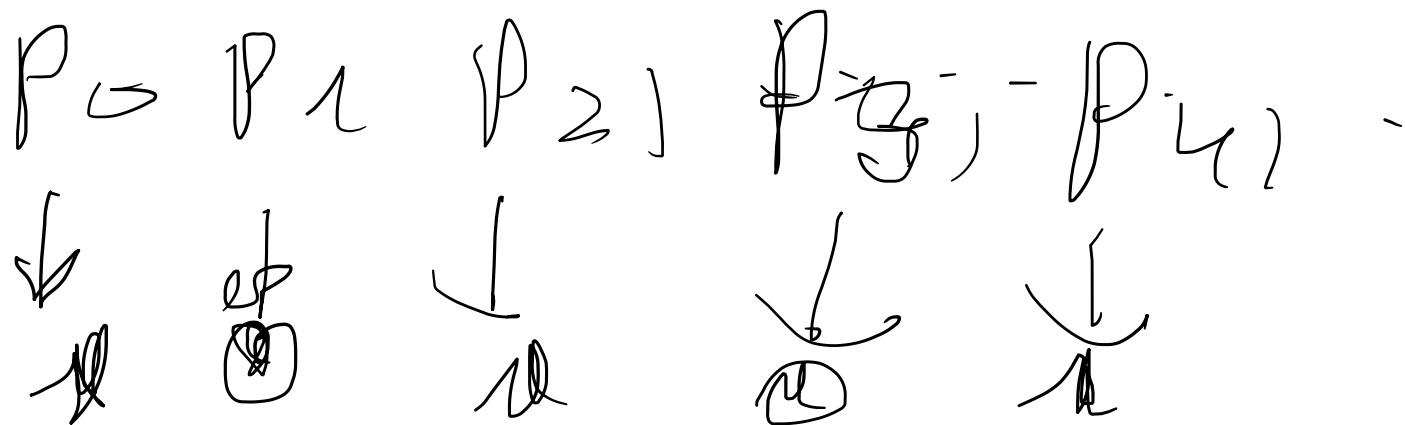
np  $\textcircled{x}$   ~~$\pi$~~   $P_1, P_2, P_3, \dots$   $\pi(P_1) = \textcircled{1}$

$\pi : \downarrow$   ~~$\pi$~~   $\downarrow$   $\downarrow$   $\downarrow$

$\uparrow$   ~~$\uparrow$~~   $\uparrow$   $\uparrow$   $\uparrow$

$\textcircled{2}$   $\pi(P_2) = \textcircled{0}$   $\textcircled{3}$

$$\textcircled{3} \quad \mathbb{Z}(p_i) = \begin{cases} \mathbb{Z} & : 2 \nmid i \\ \mathbb{Z}/2\mathbb{Z} & : 2 \mid i \end{cases}$$



DEF :  $\pi$  - valuation :

$$\textcircled{1} \quad \text{val}(p_i, \pi) = \pi(i)$$

$$\text{val}(\perp, \pi) = \perp ; \text{val}(\perp, \pi) = \perp$$

$$\textcircled{2} \quad \text{val}(\neg \varphi, \pi) = \neg \text{val}(\varphi, \pi)$$

$$\text{val}((\varphi \wedge \psi), \pi) = \text{val}(\varphi, \pi) \wedge \text{val}(\psi, \pi)$$

$$f(\text{unt } x, \text{unt } x)$$

$$f(\text{unt } y, \text{unt } x)$$

$\textcircled{P}$   $\pi$   $\tau$  (3)  $\text{Prüfung}$

$$\text{val}(\underbrace{p_0}_{\varphi} \vee \underbrace{(p_1 \wedge \neg p_2)}_{\psi}, \pi) =$$

$$\text{val}(\cancel{p_0}, p_0, \pi) \vee \text{val}(p_1 \wedge \neg p_2, \pi) =$$

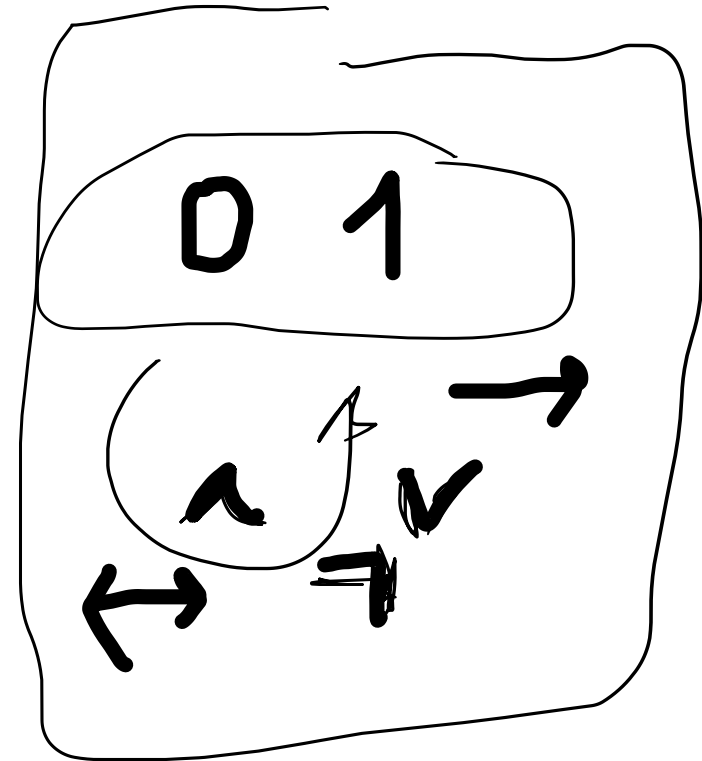
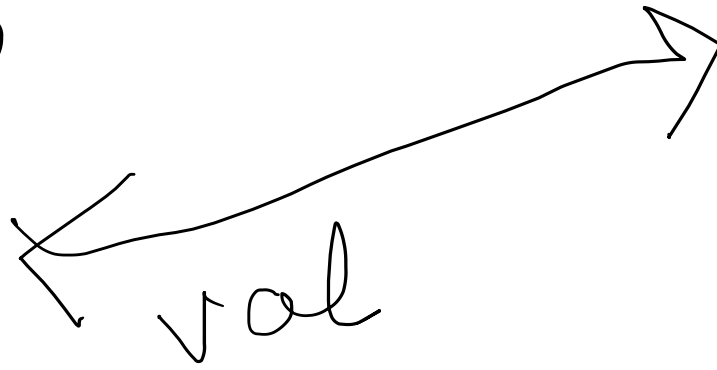
$$= \cancel{1} \vee (\text{val}(p_1, \pi) \wedge \text{val}(\neg p_2, \pi))$$

$$= \cancel{1} \vee (0 \wedge \neg \text{val}(p_2, \pi)) = \cancel{1} \vee (0 \wedge \neg 1)$$

$$= \cancel{1} \vee (0 \wedge 0) = \cancel{1} \vee 0 = \cancel{1}$$

język  
syntaktyczny

val ( $\varphi, \tau$ )



semant.



DEF

# TAUTOLOGIA

$\models \varphi$

$\equiv$

do dosobna  
wzrostu

$\perp$

wzrostu

$\text{val}(\varphi, \perp) = \perp$

~~$\perp$~~

$$\textcircled{0} \models (p_0 \vee \neg p_0)$$

wznowy dowolne  $\pi$ , wtedy

$$\text{val}(p_0 \vee \neg p_0, \pi) = \pi(0) \vee \neg \pi(0) = \#$$

$$C1, \pi(0) = 0 \quad : \quad \textcircled{0} \vee \neg \textcircled{0} = \textcircled{0} \vee \# = \#$$

$$C2, \pi(0) = 1 \quad : \quad \# \vee \neg \# = \# \vee \textcircled{0} = \#$$

obliczenie nie zależy od  $\pi(1), \pi(2), \dots$ .

②  $\vdash ((p \vee q) \leftrightarrow (q \vee p))$

$\pi$  :

$(\pi(0) \vee \pi(1)) \leftrightarrow (\pi(1) \vee \pi(0))$

metoda  
D-1

<del>P</del>	<del>q</del>	<del>P ∨ q</del>	<del>q ∨ P</del>	<del>→</del>
1	1	1	1	1
1	0	1	1	1
0	1	1	1	1
0	0	0	0	1

same ↓