Egzamin z LiSF
termin drugi
14.02.2022

W nagłówku pierwszego przesłanego pliku (możecie przysłać kilka plików) umieśćcie następujące informacje:

1. imię i nazwisko
2. numer indeksu
3. imię i nazwisko osoby z którą mieliście ćwiczenia

Do rozwiązania masz zadania 1, 2 i 3. Wszystkie odpowiedzi wymagają uzasadnienia. Oceniana będzie ich jakość. Zadania będą oceniane w skali $\{0, 1, 2\}$. Aby zdać egzamin musisz zdobyć 3 punkty.

Jeśli chcesz się postarać o ocenę 5.5 to rozwiąż dodatkowo zadanie 4. Zadanie 4 będzie oceniane jeśli rozwiążesz prawidłowo wszystkie pozostałe zadania.

Zadanie 1 *Ile jest waluacji* $\pi : \{p_1, p_2, \ldots, p_{2n}\} \to \{\mathbf{0}, \mathbf{1}\}$ *takich, że* $\pi(\psi) = \mathbf{1}$, *gdzie*

$$\psi = (p_1 \wedge p_2) \vee (p_3 \wedge p_4) \vee \ldots \vee (p_{2n-1} \wedge p_{2n}) \ ?$$

Zadanie 2 *Niech* $A_{n,m} = \{x \in \mathbb{R} : 0 \leqslant x \leqslant \max(n, m)\}$. *Oblicz* $\bigcup_{n\in\mathbb{N}} \bigcap_{m\in\mathbb{N}} A_{n,m}$ *oraz* $\bigcap_{n\in\mathbb{N}} \bigcup_{m\in\mathbb{N}} A_{n,m}$.

Zadanie 3 *Na zbiorze* $\mathbb{R}^2$ *określamy relację równoważności* $\sim$ *wzorem*

$$((a, b) \sim (x, y)) \equiv (\exists t > 0)(a^2 - b^2 = t(x^2 - y^2)) \ .$$

Niech $\Omega = \mathbb{R}^2/\sim$ *będzie zbiorem wszystkich klas abstrakcji relacji* $\sim$. *Wyznacz zbiór* Ω *oraz* $|\Omega|$.

Zadanie 4 (Na ocenę 5.5) *Na zbiorze* $P(\mathbb{N})$ *rozważamy relację*

$$(a \leqslant^* b) \leftrightarrow (|a \setminus b| < \aleph_0) \ .$$

Rodzinę $\mathcal{A} \subseteq P(\mathbb{N})$ *nazywamy antyłańcuchem jeśli*

$$(\forall x, y \in \mathcal{A})(x \neq Y \to \neg(x \leqslant^* y \vee y \leqslant^* x)) \ .$$

Jaka jest maksymalną moc antyłańcucha ?