Wstęp do Informatyki i Programowania
Ćwiczenia: Lista 0

Przemysław Kobylański

Wprowadzenie

W pozycyjnym systemie o podstawie p liczby naturalne zapisywane są za pomocą cyfr od 0 do $p-1$. Gdy $p > 10$, wówczas dla cyfr większych niż 9 stosuje się inne znaki (np. kolejne litery).

Liczbę o k cyfrach w systemie o podstawie p reprezentować będziemy w postaci:

$$(d_{k-1}d_{k-2}\dots d_0)_p,$$

gdzie d_i jest cyfrą na i-tej pozycji.

Cyfrze d_i odpowiada waga p^i, tj. i-ta potęga podstawy p.

Wartość liczby $(d_{k-1}d_{k-2}\dots d_0)_p$ wyliczamy ze wzoru:

$$\sum_{i=0}^{k-1} d_i \times p^i.$$

Kolejne cyfry w systemie o podstawie p wyznacza się obliczając reszty z dzielenia pozostałej wartości przez podstawę p. Kończy się kiedy pozostała wartość jest równa 0.

Niech x_i będzie liczbą jaka jeszcze pozostała do zamiany na system przy podstawie p. Za początkową wartość x_0 przyjmujemy liczbę, którą chcemy zapisać.

W kolejnych krokach wyliczamy $d_i = x_i \;\mathbf{mod}\; p$ oraz $x_{i+1} = x_i \;\mathbf{div}\; p$.

Operacja **mod** to reszta z dzielenia a **div** to dzielenie całkowite.

Między tymi wartościami zachodzi następująca zależność dla dowolnych liczb całkowitych $A \geq 0, B > 0$:

$$A = B \times (A \;\mathbf{div}\; B) + (A \;\mathbf{mod}\; B).$$

Przykłady

$$\begin{aligned}
(111)_2 &= 1 \times 2^0 + 1 \times 2^1 + 1 \times 2^2 = 1 + 2 + 4 = 7 \\
(2016)_{10} &= 6 \times 10^0 + 1 \times 10^1 + 2 \times 10^3 = 6 + 10 + 2000 = 2016 \\
(ABBA)_{16} &= 10 \times 16^0 + 11 \times 16^1 + 11 \times 16^2 + 10 \times 16^3 = 10 + 176 + 2816 + 40960 = 43962
\end{aligned}$$

$$
\begin{array}{rcrcl}
1968 & = & 2\times 984+0 & \rightarrow & d_0=0 \\
984 & = & 2\times 492+0 & \rightarrow & d_1=0 \\
492 & = & 2\times 246+0 & \rightarrow & d_2=0 \\
246 & = & 2\times 123+0 & \rightarrow & d_3=0 \\
123 & = & 2\times 61+1 & \rightarrow & d_4=1 \\
61 & = & 2\times 30+1 & \rightarrow & d_5=1 \\
30 & = & 2\times 15+0 & \rightarrow & d_6=0 \\
15 & = & 2\times 7+1 & \rightarrow & d_7=1 \\
7 & = & 2\times 3+1 & \rightarrow & d_8=1 \\
3 & = & 2\times 1+1 & \rightarrow & d_9=1 \\
1 & = & 2\times 0+1 & \rightarrow & d_{10}=1
\end{array}
$$

$$
(11110110000)_2 \quad = \quad 16+32+128+256+512+1024=1968
$$

Zadanie 1

Podaj dziesiętne wartości następujących liczb:

$$
\begin{array}{rc}
(101010)_2 & = \\
(123123)_4 & = \\
(DEAD)_{16} & = \\
(BEAF)_{16} & =
\end{array}
$$

Zadanie 2

O pewnej liczbie wiemy tylko, że jej zapis dwójkowy ma długość dwudziestu cyfr. Jaką długość ma jej zapis szesnastkowy?

Zadanie 3

Zapisz numer swojego albumu w systemie dwójkowym i szesnastkowym. Jak wyznaczyć zapis szesnastkowy bezpośrednio z zapisu dwójkowego?