

ZSA: Zbiory i kwantyfikatory

Lista zadań

Jacek Cichoń
Politechnika Wrocławska, WPPT

Wrocław • 24.02.2015

Zadanie 1

Pokaż, dla dowolnych dwóch zbiorów A, B mamy:

1. $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$
2. $(A \setminus B) \setminus C = A \setminus (B \cup C)$

Zadanie 2

Niech A i B będą podzbiórmi przestrzeni Ω . Pokaż, że

1. $(A \cap B)^c = A^c \cup B^c$
2. $A \setminus B = A \cap B^c$.

Zadanie 3

Kwantyfikatory ograniczone definiujemy następująco:

$$(\forall x \in A)\phi(x) \equiv (\forall x)(x \in A \rightarrow \phi(x))$$

oraz

$$(\exists x \in A)\phi(x) \equiv (\exists x)(x \in A \wedge \phi(x))$$

Pokaż następujące wersje praw de Morgana:

$$\neg(\exists x \in A)\phi(x) \leftrightarrow (\forall x \in A)(\neg\phi(x))$$

oraz

$$\neg(\forall x \in A)\phi(x) \leftrightarrow (\exists x \in A)(\neg\phi(x))$$

Zadanie 4

Zapisz za pomocą kwantyfikatorów, spójników logicznych oraz symboli $0, 1, +, \cdot, \leq, <$ następujące zdania o liczbach rzeczywistych:

1. Kwadrat każdej liczby rzeczywistej jest liczbą nieujemną.
2. Iloczyn dwóch liczb dodatnich jest liczbą dodatnią.
3. Dowolnie blisko dowolnej liczby rzeczywistej istnieje liczba wymierna.

Zadanie 5

Zapisz za pomocą kwantyfikatorów, spójników logicznych oraz symboli $0, 1, 2, +, \cdot, \leq, <, |$ następujące zdania bądź formuły o liczbach naturalnych:

1. $\phi(x) = "x$ jest liczbą pierwszą.
2. Zbiór liczb pierwszych jest nieograniczony.
3. Suma i iloczyn dwóch liczb podzielnych przez 2 jest liczbą podzielną przez 2.
4. Każda liczba naturalna jest sumą kwadratów czterech liczb naturalnych.

Zadanie 6

Wymień (i zapisz) wszystkie poznane do tej pory warianty praw de Morgana.

Powodzenia,
Jacek Cichoń