

Matematyka dyskretna

Informatyka, WIT PWr
semestr letni 2024/2025

Lista dodatkowa 1

Zad. 1 — Udowodnij, że w grupie 6 osób są zawsze 3 osoby, które się znają lub 3 osoby, które się nie znają.

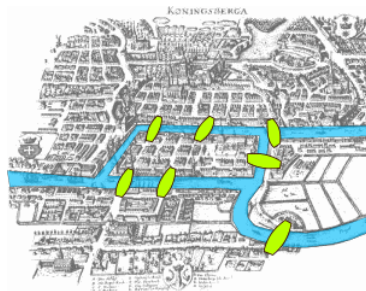
Zad. 2 — Uzasadnij, że na Facebooku liczba osób mających nieparzystą liczbę znajomych jest parzysta (zakładamy, że relacja znajomości jest symetryczna i nie jest zwrotna).

Zad. 3 — (Twierdzenie Mantela) Na okręgu umieszczamy n punktów. Pokaż, że maksymalna liczba odcinków, jakimi możemy połączyć pary różnych punktów tak, by nie powstał tzw. trójkąt (czyli trójka punktów połączona odcinkami “każdy z każdym”), wynosi $\lfloor \frac{n^2}{4} \rfloor$.

Zad. 4 — Oblicz sumę $\sum_{k_n=0}^m \sum_{k_{n-1}=0}^{k_n} \sum_{k_{n-2}=0}^{k_{n-1}} \cdots \sum_{k_2=0}^{k_3} \sum_{k_1=0}^{k_2} 1$.

Zad. 5 — (Paradoks Monty’ego Halla) Gracz stoi przed trzema zasłoniętymi bramkami. Za jedną z nich jest nagroda umieszczona losowo (prowadzący program wie, za którą). Gracz wybiera jedną z bramek. Prowadzący program odsłania inną bramkę pokazując, że jest pusta. Proponuje graczowi zmianę wyboru na pozostałą zasłoniętą bramkę. Czy gracz powinien skorzystać z tej propozycji?

Zad. 6 — Czy da się zaplanować spacer po Królewcu tak, by przejść przez wszystkie mosty, przez każdy tylko jeden raz i wrócić do punktu wyjścia (Rysunek 1)? Czy da się zaplanować spacer tak, by przejść przez wszystkie mosty i przez każdy tylko jeden raz?



Rysunek 1: Mapa mostów królewieckich

Źródło: https://en.wikipedia.org/wiki/Seven_Bridges_of_Königsberg