

## LISTA NR 4 – ĆWICZENIA

1. Kasjer w kantorze dysponuje tylko banknotami o nominałach 1\$, 5\$, 10\$, 20\$, 50\$. Sformułuj model minimalizujący liczbę banknotów, których wartość jest równa zadanej kwocie.
2. Samolot transportowy może zabrać 6 typów ładunków (w każdym typie po jednym). Wagi, objętość i zysk z przewozu podaje tabela:

Typ ładunku	Waga	Objętość	Zysk
1	5	1	400
2	8	9	750
3	3	6	600
4	2	5	550
5	1	7	400
6	1	8	800

Ładunek nie może ważyć więcej niż 21 i przekroczyć objętość 20. Jakie typy ładunków powinno się załadować, aby osiągnąć maksymalny zysk. Podać model powyższego problemu.

3. Dany jest zbiór zadań  $Z = \{1, \dots, n\}$ , które mają być wykonywane na trzech dostępnych procesorach  $P_1$ ,  $P_2$  i  $P_3$ . Dla każdego zadania  $i \in Z$  zadany jest czas wykonywania  $p_i$ . Wszystkie czasy są dodatnimi liczbami całkowitymi. Każdy harmonogram  $S$  jest wyznaczony przez trzy rozłączne zbiory  $S_1$ ,  $S_2$  i  $S_3$  takie, że  $S_1 \cup S_2 \cup S_3 = Z$ . Zadania ze zbioru  $S_i$ ,  $i = 1, 2, 3$ , są wykonywane w dowolnej kolejności na  $i$ -tym procesorze. Termin zakończenia wszystkich zadań można obliczyć następująco:

$$C_{max} = \max\left\{\sum_{j \in S_1} p_j, \sum_{j \in S_2} p_j, \sum_{j \in S_3} p_j\right\}.$$

Celem jest wyznaczenie harmonogramu  $S$  dla którego termin zakończenia wszystkich zadań jest najmniejszy. Podać model powyższego problemu.

4. Firma Optimization in Practice otrzymała zlecenie na napisanie aplikacji systemowej przydzielającej programy do węzłów w klastrze obliczeniowym. Aplikacja ta musiała rozwiązywać następujący problem: dla danych  $m$  węzłów o ograniczonej pamięci RAM wynoszącej  $R_i$ ,  $i \in [m]$  i  $n$  programów, których czas wykonania zależy od węzłów, gdzie  $t_{ij}$  jest czasem wykonania  $j$ -tego programu,  $j \in [n]$ , na  $i$ -tym węźle,  $i \in [m]$ , ponadto wykonanie każdego programu  $j$  wymaga  $r_j$  pamięci RAM, należy przedzielić każdy program do dokładnie jednego węzła tak, aby czas wykonania  $n$  programów na  $m$  węzłowym klastrze był minimalny i dla każdego węzła  $i$ , po przydziale programów, jego pamięć RAM nie została przekroczona.
5. Dyspozytor MPK oszacował minimalną liczbę kierowców autobusów koniecznych do obsługi linii autobusowych w mieście. Na podstawie badania natężenia przewozów wyodrębniono sześć pór doby oraz oszacowano minimalne zapotrzebowanie na kierowców w tych porach. Dane szczegółowe podano w poniższej tabeli:

Pora doby	2.00-6.00	6.00-10.00	10.00-14.00	14.00-18.00	18.00-22.00	22.00-2.00
Minimalna liczba	22	55	88	110	44	33

Kierowcy mogą rozpoczynać pracę na początku każdej pory, po czym pracują przez kolejnych 8 godzin. Sformułować model zatrudnienia kierowców minimalizujący wielkość zatrudnienia.

6. Pewien bank szacuje możliwość swojego rozwoju na pewnym obszarze obejmującym 13 regionów. Poniższej w tabeli podane są numery sąsiednich regionów każdego z 13 regionów oraz wielkości populacji zamieszkujących każdy region.

regiony	populacja	sąsiednie regiony
1	19500	2,4
2	96000	1,3,4,6,7
3	87000	1,2,4,5
4	52000	2,3,5,6,8
5	233000	3,4,8,9,10
6	57000	2,4,7,8,11
7	117000	2,6,11
8	88000	4,5,6,9,11
9	106000	5,8,10,11,12
10	76000	5,9,12
11	95000	6,7,8,9,13,12
12	323000	9,10,11,13
13	175000	11,12

Bank może założyć swoją siedzibę (bank centralny) w dowolnym regionie oraz filie tylko w regionach sąsiadujących z bankiem centralnym.

W których regionach powinny być zlokalizowane trzy banki centralne, aby zmaksymalizować wielkość obsługiwanej populacji? Podać model dla powyższego problemu.

7. Pewna firma zamierza uruchomić produkcję pewnego importowanego artykułu. Popyt na artykuł szacuje się na 100000 szt. Możliwe są trzy lokalizacje zakładów: A, B i C. Koszty budowy, jednostkowe koszty produkcji oraz maksymalne zdolności produkcyjne podano w tabeli:

Miejsca lokalizacji	Koszt budowy (mln \$)	Jednostkowe koszty produkcji w (\$)	Maksymalna zdolność produkcyjna
A	1.5	14	70000
B	1.3	10	60000
C	1.2	11	80000

- (a) Gdzie należy wybudować zakłady i jaka powinna być wielkość ich produkcji, aby łączne koszty były najmniejsze? Podać model dla tego problemu.
- (b) Jak w (a) ale zapotrzebowanie na ten artykuł zgłaszają odbiorcy X i Y. Ich popyt wynosi odpowiednio 40000 szt. i 60000 szt. natomiast jednostkowe koszty transportu (w \$) podano w tabeli:

	Do	X	Y
Od			
A		3	2
B		2	5
C		4	1